



の研究に取り組んでおり、たとえば全学年の「数と計算」領域を教材研究し、学年を通じた指導方法の基本的な考え方を一致させるなどの工夫をしている。

今回は一年生と二年生の「長さ」、三年生の「重さ」、四年生の「分数の導入」について報告された。特に「長さ」「重さ」は、直接比較→間接比較→個別単位→普遍単位というポイント(四段階指導)を押さえた指導計画になっている。

また、一年生の「長さ」では「基点・方向を揃え直線状態で測る(比べる)」ことが指導の目標になるが、それを教えるために、基点や方向が揃っていないかったり直線状態になっていなかったりするテープを示すことによって、「印象深く、そして楽しく、直接比較の仕方の要点を教える」ようにしている。

「分数を考える」(芦別市立啓成中学校 大竹宏周)は、中学校二年生に、授業時間の余裕ができた一時間程度を使って分数の意味を考えさせた実践である。報告者は、「正負の数の計算や方程式など整数の範疇ではスムーズに解ける生徒も分数が入ってくると途端に解けなくなる理由を、「通分や約分といった作業の意味を理解していないからなのではないだろうか」と考えた。そして、「 $1/2 + 1/3 = 5/6$ 」になる理由を説明しなさい」という問題を出し、三人一組で考えさせた。あるグループはホールケーキの $1/2$ と $1/3$ を合

わせる場面、別のグループは「リング6個入りの箱」を考えその $1/2$ であるリング3個と $1/3$ である2個を合わせる場面を出すなど、全グループが理由を説明している。また、紹介された七グループのうち六グループが絵や図を添えている。報告者はこの結果を「結構書ける」と評価する一方、「水などの連続した量を用いた説明は少ない」としている。

この実践からは、子どもたちは分数加法が量の合併に基づく計算であることを理解するとともに、単位となる量を揃えて考えることがほぼできていると読み取れた。しかし、通分については、「分母を揃えるため」や「単位となる全体量を2と3の最小公倍数6で分けるため」のような説明となっている。果たして、 $1/2$ を $3/6$ にすることが量に基づいて保証される操作であること(ある単体量の $1/2$ と $3/6$ が同じ量を表すこと)は認識されているのだろうか。また、子どもたちは、通分した上で $2/5 + 3/6 = 17/6$ とすること、つまり「 $1/6$ が5つで $5/6$ 」には疑問を感じていないようである。彼らにとって一般の真分数は、単位分数の自然数倍なのだろう。するとやはり、 $1/6$ が3つである $3/6$ と $1/2$ が等しいことは、どのように理解されているのだろうかと気になる。報告者は本実践について、「こういう振り返りは重要な学習であり、自分自身の指導についても振り返ることができる」と述べている。今後、「 $1/6$ が5つで $5/6$ 」と「5

の6等分が $\frac{1}{6}$ という一般の真分数の2つの意味をどのようにに区別しました統一するか、その中学生らしい方法の開拓が課題になるだろう。

「カーテンレールと2次関数・微積分」(白樺学園高校 氏家英夫)は、傾けたカーテンレール上でビー玉を転がす実験を導入にした、二次関数指導についての報告である。

報告者はこれまで、この実験によってビー玉の位置を正確に測定することは困難であるから、ビー玉の転がる様子を何度か見せた後に理想化したデータを提示して授業を展開してきたという。これに対して東京の小林俊道氏による実践では、二次関数の式を導くまでの流れがうまく構成されるよう、工夫した実験が行われる。本報告ではその実験が実演により紹介された。

小林氏の実験は、①ビー玉が2メートルを4秒で転がるようにカーテンレールの傾きを調整しておく、②2秒で通過する距離(2秒後の位置)を予想する、③予想した位置(50センチメートル地点)に付箋紙を貼ってからビー玉を転がす、という流れで進む。1秒ごとに鳴る電子メトロノームの音と、転がるビー玉の通過で紙がふわりと揺れる瞬間が重なると予想は正解。この結果から、x秒間の移動距離yについての関係式 $y=12.5x^2$ を導くことができるという。さらにこの式から3秒間の移動距離を計算し、実験で

確かめる。「この実験は特別な道具を使わず、紙の幅やボールの大きさによって誤差がうまく吸収されているので、(少し練習すれば)誰にでも再現が可能」であり、理想化したデータを押しつける必要がない点で、よく考えられた授業といえよう。

「 $y(x)=x^2+bx+c$ は放物線を描くのか?」(札幌新川高校

澤尻知徳)は、放物線を描く二次関数 $y(x)=x^2+bx+c$ と直線を描く一次関数 $y=bx+c$ の和が確かに放物線を描くのかを考えさせた実践報告である。一般的には $y=x^2+bx+c$ を $(x-d)^2+g$ と平方完成して、 $y=x^2+bx+c$ のグラフは $y=x^2$ のグラフをベクトル $(b, c)$ で平行移動したものであると説明するだろう。報告者はこれとは異なり、 $\Delta x$ が一定のとき $\Delta y$ は等差数列をなすという二次関数の性質を用いている。すなわち、  
①二次関数 $y(x)=x^2$ は、 $\Delta x=1$ のとき $\Delta y(x)$ が公差2の等差数列となること、  
②一次関数 $y(x)=x$ は、 $\Delta x=1$ のとき $\Delta y(x)$ が定数列(公差0の等差数列)になることを確かめ、  
③ $f(x)$ と $g(x)$ の和 $h(x)$ は、 $\Delta x=1$ のとき $\Delta h(x)$ が再び公差2の等差数列になることから、 $y=h(x)$ のグラフは放物線になると説明している。

平方完成が正しくできるように練習することやグラフを正しく描くことも大切だが、それができて二次関数の本質的理解として十分とは言えない。数列と関連し微積分へ

とつながる、 $\Delta$ への着目は重要である。

「学校体験授業より（黄金比と2次方程式）」（札幌大通高校 平岩恒逸）は、学校説明会での中学生を対象とした三十分間の体験授業の報告である。まず、コンピュータ画面を用いて有名な美術品などをいくつか見せ、黄金比の存在を意識させる。次に、黄金長方形から正方形を切り取る方法で、相似比に基づいた比例式から二次方程式を立てる。そして、高校で習う解の公式によつて黄金比がおおよそ $1:1.618$ とわかることを説明する、という流れである。最後に、白銀比についても触れている。

報告者は「計算や公式の説明よりも、（中略）生徒の知識や関心を高めることに重点を置くようにしました」と書いているが、討議では、時間不足のため工夫が必要だがなんとかして二次方程式を解くように展開できなかったかという意見もあった。二次方程式やそこに至る比例式については、中学校や小学校での優れた実践に学ぶことも課題となるだろう。

「かけ・わり表で考える」（阿寒中学校 山田美彦）は、文章題において数量の関係を捉えやすくするために、かけ・わり表（面積図）を用いた実践報告である。たて $\times$ よこ $\parallel$ 面積、単価 $\times$ 数量 $\parallel$ 代金、速さ $\times$ 時間 $\parallel$ 距離などの関係が、面積図を通して統一的に理解される。中学校で学ぶ一次方

程式を用いて解く文章題では面積図の限界もあるが、図を書いて考える習慣は大切にしたい。

## 二 教育内容の再検討と教育可能性の探究

「あつと驚く？不思議な数」（菊地三郎）は、二〇〇九年十月十一日に行われた札幌子どもフェスタでの実践報告である。市民三名に対する二十五分間の授業で、自然数の世界の不思議さを伝えようとした。任意の三桁の数（たとえば847）を二つつなげた数（847847）は7で割り切れるか（必ず割り切れる）など三つのテーマを扱っている。中学生向けの文字を使った証明の練習問題になるが、小学生でも約数・倍数の指導で計算練習を兼ねながら楽しめる問題だろう。

「フランスの教科書に見るヴェクトル」（名寄市立大学短期大学部非常勤講師 渡邊勝）は、フランスの高校（リセ）で使われている教科書を調べて、彼の国の数学教育の一端を知ろうとした研究報告である。リセ第二級学年（日本の高一に相当）で履修するヴェクトル領域の教科書が翻訳され、レイアウトや配色まで含めて忠実に再現されている。その特徴点として「ABC」の式に、点Aを点Bに変換する

ヴェクトルが  $u$  であるとの意味を言い、変換をのつけから登場させる「方向 direction と向き sense を区別している」  
 「座標系をヴェクトルで導入している。しかも、一般的な斜向座標からはいいる」などが挙げられている。全体を細かく検討してみる必要があるが、筆者にはこの三点、だけでも十分に魅力的な教科書であると映る。

「数学的認識の歩み―概念形成の過程を考える―」（札幌西陵高校 松本弘文）は、数学的認識の形成過程についての仮説を提示しようとする壮大な試みの一環として、今回、数・長さ・面積・積分を中心に、コンピュータのスライドショーを用いて報告された。スライドではたとえば、亀、鉛筆、ひまわり、リンゴの絵を並べて「何を連想しますか」と問いかける。動物のまとまりではない、花ではない、食べ物でもないなどと考えるが、次にこれらがそれぞれ二個ずつ描かれていれば「2」を連想するかもしれない。スライドはこのようにして、「1」や「2」などの「数」という概念形成の過程を説明しようとする。さらに、長さを測るところから実数が生まれ、直線図形の面積を求めることを土台として積分の概念が登場してくる様子が説明されている。

「素数の歌 加藤和也氏の数学への思い」（札幌篠路高校 真鍋和弘）は、数論を専門とする数学者・加藤和也氏自作の「素数の歌」や「無限遠点の歌」「数論幾何の歌」を

紹介し、「全国の小・中・高・大学の数学教師たちは子どもたちに、彼のように数学への思いを伝えているであろうか？ 日常の授業は子どもたちにひたすら我慢を強いるものになつていないだろうか」と問うた。「数学への思い」は数学の理解とともに伝えられると考えれば、素数や自然数がつくる数学的世界の一端を教える、小・中・高・大学それぞれにおける授業づくりが課題となるだろう。

「オイラーの五角数定理その1」（静内高校 成田收）は、五角数  $(1, 5, 9, 13, \dots)$  に関わる定理を紹介したものである。報告者は「五角数定理は、現代数学の最先端で活躍している保型形式が歴史上最初にその姿を現したものだ」という意味で、重要な定理だということと書いている。筆者はその意味を理解できていないが、高校の数列分野で学んでいる内容の近くに、非常に興味深い定理が待っているらしいことはわかる。今後、高校数学の教育内容として取り込む意義とその方法について議論を深めたい。

### 三 授業づくりを柱とした教育課程づくり

「こんな数学の授業だったら楽しいのになあ〜」積み上げ教科」としての共通項〜」（稚内高校 徳長誠一）では、

数学が好きだという英語教師から、数学の授業に対する希望が語られた。英語と数学に共通するとされる「積み上げ教科」「基礎・基本の徹底」といったキーワードへの問い直しとともに、英語や数学の授業を楽しくするためのいくつかの方法論が示された。

筆者は、報告者の英語の授業実践例が具体的に示されると議論がより深まるのではと感じた。英語ではたとえば、名詞の単数形・複数形や可算性・非可算性の概念を指導する場面があるだろう。その指導理論は、数学教育の至る所で顔をのぞかせる分離量と連続量、自然数と実数の違いの指導を考える上で示唆に富むものであると考えたからである。

二つ目に紹介した館小学校の市来は、「特定の学年の特定の単元のみを教材研究して取り組むのではなく、全学年を貫いた算数の指導計画を考えてみるのが本当に大切なことだと思えます」「研究をすることで、より職場がまつまり、子どもの話題も豊富になり、研究というのは、やはり、教師の命綱だなあと感じました」と書いていた。担当学年や教科の枠を越えた授業研究や日常的な授業の場を活用した総合的な学習の展開、ひいてはそのような授業づくりを柱とした、全校あげての教育課程づくりについても期待したいところである。

「PTA公開セミナー」数案のスズメ⑤（札幌大通高

校 清水貞人）もまた、学校における魅力ある数学の授業づくりの契機であるとともに、学校の教育課程全体を論ずる上で貴重な視座を内包している。「大通高校PTA公開セミナー」として保護者を対象に実施した数学の授業の報告であり、トイレットペーパーの巻き数を外径と内径（芯部の直径）から計算して予想し、実際に確かめるという内容である。「生徒の一人が両親を連れて参加したほか、中学三年生の弟を連れた保護者を含めて二十五名が参加した」。「身近な素材を用いながらも数学の基礎や発想も使う楽しい数案でした」という感想もあった。このような保護者や市民の参画が、教育内容や教育課程の改善・創造に資する可能性もあるだろう。

すべての子どもに算数の楽しさと素晴らしさを伝えようと、指導方法を工夫した実践があった。小学校で学ぶ内容を、中学生の高い立場から捉え直そうとする取り組みがあった。高校では、二次関数の本質に迫る指導のあり方が提案された。教育内容を検討し、教育可能性を探ろうとする丁寧な研究が紹介された。中学生への高校体験授業や保護者・市民向けの講座などが行われ、数学は通常の授業とは違う場面でも教えられていた。

数学教育は、数学教師の努力を中心としながら、それに関わるあらゆる人々の協力によってこれからも発展を続け

るだろう。そして、そのような協力関係が算数・数学という教科の枠を越えて学校全体へ、場合によっては地域社会へも広がって、全体として学校教育をよりよい方向へ導くことになるよう願った、二日間の分科会討議であつた。

(北海道地区数学教育協議会)