

数学教育に未来はあるか？

真鍋和弘

一 はじめに

恒例となっている全員による自己紹介のあと、共同研究者の吉田陽一さんから、これまでの数学教育分科会の二〇年の流れを振り返るよくまとめられた基調報告があった。「日常の実践」から「教材の中身」を吟味し、「本質の把握」により「質の高い内容」を目指すことが本分科会の特徴であるという指摘は、参加者に説得力をもつものであった。

各レポートの紹介に入る前に、高校生に数学を教えていて、日ごろ感じていることについて少し述べてみたい。それは「学力の問題」というより「学力以前の問題」というべき問題である。最近、黒板に数字の0（ゼロ）を書くときに、○（マル）と書いてしまう生徒がたいへん多くなってきたことに気がついた。ここではゼロとマルの形のことを言っているのではない。

筆順、すなわち左回り（ゼロ）か、右回り（マル）かの違いを区別しない（感じない？）生徒が増えてきたことを問題にしているのである。筆者の年代では、数字やアルファベットの筆記体の筆順について、その是非は置くとして、学校で時間をかけて徹底的に訓練を受けた。例えば、1000000（百万）と書くときに、0（ゼロ）を連続して左回りに書く場合と右回りの場合とを較べてみると、スピードや美しさ（それを感じない人もいるかもしれないが）に大きな違いが生じる。話は跳ぶが、三角関数の定義において、角度 θ を x 軸から左回りに測ることにもこのことは関係しているのかもしれない。文学や数学などの学問は、文字や記号・数式などを石版や紙の上に手書きすることで継承されてきた。印刷機やコンピュータなどの発達により、現代人にとって手書きする機会はかなり減ってきている。筆者は学校教育から手書きの文化が失われていくことに危惧を感じている。アップル社の創業者スティーブ・ジョブズは、最初のコンピュータを設計するときに「パーソナルコンピュータは複数の美しいフォント（書体）を持つマシンでなければならぬ」と考えたそうである（1）。最近、高校入試や定期試験を採点する度に、判読できない数式や意味不明な答案に悩まされることが多くなってきたような感じがする。中には自分の名前さえもきちんと書けない高校生もいる。数学者の田口雄一郎さ

ん（九州大学）は自身のブログで、「他人に見てもらうために書いているということを全くわかっていないのでは？」と思いたくなる「答案」には点数を与えないと宣言している〔2〕。ものごころがつく頃からコンピュータゲームやメールで育った子どもたちに、どうしたら手書きの文化の大切さを伝えることができるのか？ 数学教育にとつても極めて重要な課題である。数学者でもある新井紀子さんの新著『ほんとうにいいの？ デジタル教科書』〔3〕はその点でもたいへん参考になる。

二 分科会の討議から

今回寄せられた一五本のレポートは、どれも数学の楽しさを伝えようという創意と熱意にあふれたものであった。各レポートの概要を発表順に報告する。まとめるに当たって成田收共同研究者の「合同教研報告」〔道数協通信』「こんぱす」No.262〕を参考にさせていただいた。あらためて感謝申し上げる。

① 「一筆書きでゴミ拾いをしよう」

及川剛志（釧路東高校）
高校で行われた中学生の体験学習の際に、数学科全員で作成した一筆書きをテーマにしたコント風のDVDが紹介され

た。実際の学校の周りのゴミ拾いルートを無駄のないものにするために、一筆書きを考える構成になっている。数学と現実との結びつきを生徒たちに考えさせる上で優れた題材である。初めに一筆書きの約束（定義）をきちんと説明しておけば、グラフ理論にける「オイラーの定理」（グラフの奇数次の頂点が2個以下であるとき、またそのときに限り一筆書きが可能である）との関連がよりすつきりしたものになったのではないかと思う。

② 「人間らしさの獲得―柔軟な教員を目指して―」

（匿名）

来年度から道内の公立高校の教師となる予定の報告者の素直な心情が表現されていて、読んですがすがしい気持ちにさせられた。「どんな学校に赴任するのかわくわくする半面、自分自身どうやって生徒と関わりを築き上げていくのか不安である」で始まるレポートは、私立高校での非常勤教員としての二年間の活動が率直に語られている。人間は失敗を繰り返して成長するものであり、教師もその例外ではない。この分科会でも多くの失敗例が報告されてきた。これからも困難を乗り越えて、生徒にとってよい教師になってほしいと思う。「なぜ、周囲の教員や管理職は私に注意してくれなかったのか」という問いには、新自由主義がはびこる現代においては、もはや「教員を育てよう」という余裕が学校から無くなってきているという現実

を指摘しておきたい。

③ 「確かな学力の定着を目指しプリントによる教育の実践」

杉山 真（長万部高校）

生徒の実態に即した教育課程を実現するために、毎時間自作のプリントを使って行われた授業の様子が報告された。プリントは問題解決の過程をかみ砕き、穴埋め方式により解答を誘導していくようになっていく。議論になったのは、穴埋め方式は生徒たちの思考過程を束縛するのではないかという疑問である。このことについては、報告者自身も危惧の念を抱いていた。討議の中で、教科書の記述をていねいになぞっていくだけでは理解が深まることにはならず、やはり教師自らが伝えたいことを目標と手段の両方において自分の中で再構成し、提示する必要があるということが確認された。しかし、言うことは簡単だが実践することは難しい。これは多くの教師が身にしみて感じていることである。

④ 「算数の学習活動を楽しむ」と「算数を楽しむ学習活動」を分けて考えてみると」

淀野耕太郎（釧路市中徹別小学校）

表題にもあるように報告者は「算数の学習活動を楽しむ」と「算数を楽しむ学習活動」を重視する。後者の例として、

円周を十等分した点に0から9までの数字を書いておき、九九の一の位の数字だけを直線で順に結んでいくときにできる図形や、その図形を彩色した模様を子どもたちと一緒に楽しんだ様子が報告された。「そこに、パターンやリズムを感じることができます。九九はきれいなものだと思えます。そのあとで、暗唱に取り組みます」とあるように、このようなすてきな体験をした子どもたちは、どうして九九を覚えなければならぬのか？ などという疑問はもたないであろう。

⑤ 「机上にならぶ空論」

大竹宏周（雨竜中学校）

報告者は小学校と中学校の間を行き来する巡回指導教員という立場にある。この制度は一昨年の八月に道教委空知教育局から下ろされた「小中連携ジョイントプロジェクト」がもとになっている。雨竜町立の学校はそのプロジェクト推進校である。これらの施策の背景として、教育局は「学力向上トリプルアツプ事業」を立ち上げており、この他に「学校力UP！サポーター」「算数パワーUP！プロジェクト」「国語パワーUP！プロジェクト」「親学UP！プロジェクト」などのカタカナ言葉が並んでいる。これらの資料を読んでも、子どもたちにどのような学力をつけさせたいのかよくわからない。レポートでも指摘しているように、「全国学力テストの成績を上げたいのなら、高

校入試の形式をそれに合せて変えればよい。この方法が一番手っ取り早いのである。しかし、それで果たして子どもたちの学力が上がったと言えるのであろうか。教員を統制し、「学力向上トリプルアップ事業」などのむなし活動が続けていけば、現場は疲弊し、北海道の子どもたちの学力はますます落ちていくのではないだろうか。

⑥ 「2次方程式のガロア理論」

黒田正弘（函館工業高校）

昨年にひき続き、高校生にガロア理論を学んでほしいと考える黒田さんの意欲的な試みの報告である。今回は2次方程式の場合のガロア理論の骨子が取り上げられた。ガロア理論とは、代数方程式の根が係数の加減乗除とべき乗根だけで表せる（すなわち代数的に解ける）かどうかを統制する理論のことである。ガロアが発見したことは、代数的に解けるかどうかはその方程式の根の置換全体が作る群、すなわち「ガロア群」だけで決まるということである。有理係数の2次方程式が有理数でない根をもつとき、そのガロア群は自明でない最小の有限群 S_2 （2次の対称群）となる。討論のなかでも明らかにされたように、2次方程式では構造が単純すぎて、代数的可解性とガロア群との関係が見えにくいのである。成田収さんも指摘するように、高校生にガロア理論の構造を見せるためには最低でも3次方程式を取りあげる必要がある。一般の3次方程式のガロア群 S_3

（3次の対称群）は6個の元からなる最小の非可換群で、可換群である S_2 より構造がより豊かである。高校生のためのガロア理論の教材化が待たれるところである。

⑦ 「目的を持って問題文を読む」

山田美彦（釧路市阿寒中学校）

生徒たちが苦手とする数学の文章題を、方程式を利用して解く方法についての報告である。文章題↓難しい・面倒↓嫌いという図式から脱却するために、「求めるものを x とおき、数・量の関係は表を作つてその中に書き込む」という作業をていねいに指導していくと、ほとんどの生徒たちが単純な文章題を解けるようになったということである。その際、あらかじめ掛割図を使い「単価×個数＝代金」「速さ×時間＝道のり」などの図式を示しておく、すんなりとクリアできたそうである。また、これだけていねいに指導しても、速さと時間がわかつていて道のりをもとめる問題や、割合の問題になると、戸惑う生徒が出てきたということであった。

⑧ 「仏国高校教科書に見る対数関数」

渡邊勝（名寄市立大学非常勤講師）

フランスの数学教育に関して、渡邊さんは翻訳の作業を通して一貫した研究が続けられている。これまでに邦訳されたフランスの大学入試問題「バカロレア」や高校教科書は膨大であ

り、報告者自身のライフワークと呼べるものである。今回は自然対数関数がとり上げられている。フランスでは対数関数は高校三年生で学習する。日本の高校では対数関数はふつう指数関数の逆関数として定義されるが、フランスでは反比例関数 $1/x$ の積分として定義されている。この積分による定義は、日本ではおもに大学の授業で採用されている方法であり、伝統的に解析を重視するフランス数学のレベルの高さを感じる。またフランスの教科書では、ネイピアによる対数の発見や、アダマールとドゥ・ラ・ヴァレ・ブーサンによる素数定理の証明など、数学史における対数の興味深い例なども紹介されており、読み物としても楽しめる。

⑨ 「授業プリント保存版・指数対数」

氏家英夫（白樺学園高校）

今回発表された「対数メガネと底の変換」と「指数の拡張」は、雑誌『数学教室』（国土社）への掲載原稿である。氏家さんによれば、数学教育協議会ではすでに一九六〇年代から指数関数を $y = a^x$ という式の形として見るのではなく、量の変化を解析するための道具と見る立場が主流であったが、その後関数一般を表すブラックボックスが登場すると、指数関数を微分方程式から導くプランなども消えてしまったということであ

る。今回報告された内容は、相対変化率が一定という変化法則から自然に指数関数が導かれるプランと、指数変化を比例変化に変える便利なメガネとしての対数関数のプランについてである。

⑩ 「実験を通して学ぶ確率論の基礎概念」

高橋哲男（海星学院高校）

実験を通して確率の考え方を学ぶことをめざして行われた授業についての報告である。一般に大数の法則を実験で示すことは大切だが、意味のある結果を得るためには、膨大な回数試験を繰り返す必要がある、退屈である。しかも確率現象の特徴として、相対度数が数学的確率からはずれていくことも時々起こる。しかし高橋さんの確率プランは、その退屈さから解放され、確率とは相対度数が自然に収束していくときの極限值であり、その確率を計算する方法としての数学的確率の考え方が習得できるように上手につくられている。授業の始めに「同様に確からしい」ことを学ぶためには「同様に確からしくない」ことを同時に学ぶ必要があるという哲学を実践する。最初の質問は「さいころを三〇個振ると、6の目は何個ぐらいで思うか？」である。解答は「五個程度」と予想されるが、実際に会場で実験してみると「二六個」であった。つまり、このさいころは仕込みさいころ、或いはいかさまさいころであったわけ

ある。その華やかなパフォーマンスが、「同様に確からしい」もので構成されていなければ実際の確率を単純な組合せ論的数え上げでは記述できないことを理解させる。次の質問は、六面のうち1が三面、2が二面、3が一面の正確なさいころを準備し、同時に二個振るとき「どの二つの目の組合せが一番でやすいか？」という問題である。生徒に推測させた後、実際に実験をするのだが、課題の難易度がちょうど良く設定されていて、結果に興味を持てるため、確率実験に伴う退屈さが感じられない。その後、反復試行の確率、条件付き確率へとすすんでいく。子どもたちの確率への興味をうまく引き出しながら、同時に確率論の本質にせまる優れたプランだと感心させられた。

⑩「確率についてのメモ（その8）確率変数について」

松本弘文（札幌西陵高校講師）

確率の基礎について一連の考察を続けられている松本さんの報告である。今回は確率変数を取り上げ、その数学的な意味を明らかにしてくれた。今年度から実施されている数学Aの指導要領で、確率から期待値が外されてしまったために、高校一年で確率変数を学ぶ機会がなくなってしまった。このことはたいへん残念である。確率変数はなかなか理解しづらい概念である。数学的には、確率変数とは根元事象を実数へ写す関数のことである。また確率変数の値（実現値）から、対応する事象の

確率への関数が考えられるが、これが確率分布（関数）である。高校教科書では「関数と関数値の区別がなされていないことが、（確率変数を）分かりにくくさせている要因と思われます」と松本さんは指摘している。また、確率変数という概念が本当に必要なのは、加算無限以上の濃度を持つ確率空間についてであって、有限個の場合に本当に必要なものか疑問であるという指摘もあった。

⑫「カプレカー数についての考察」

菊地三郎（道数協）

はじめに、カプレカー数とは何かということについて説明すると、例えば54は2乗すると2025になるが、この4桁の数を20と25の二つに分けて、20+25を計算すると45となり元の数に戻る。このように、2乗して二つに分けて足すと元に戻る数を発見者にちなんでカプレカー数と呼ぶ。その他、55や297などもカプレカー数となる。このレポートによると、一般に、
 $999 \cdots 999 \quad 50 \cdots 050 \cdots 0 \quad 49 \cdots 950 \cdots 0$
 などカプレカー数になることが証明されている。面白いのは、例えば1/7を循環小数として表したときの循環節、142857や571428571428などもカプレカー数となることである。しかし、何故そうなるかについてはまだ証明されていない。また、 n 桁

のカプレカー数 a があると、 10^n から a を引いた数もカプレカー数となるようである。このように数遊びとしても、たいへん興味をそえられる問題である。このことがどんな数学に結びついているのか、現段階ではまったく分っていないそうである。カプレカー数に関して、規則性のあるところには意外と深い数学的構造が隠れているのかもしれない。

⑬ 「数学への夢」

真鍋和弘（札幌篠路高校）

最近、数学の難問「 $a^b c$ 予想」が京都大学の望月新一さんによって解かれた？というニュースが世界中を駆けめぐった。一九世紀から今世紀にかけての、おもに数論分野における数学的発展の歴史を紹介するとともに、数学がいかに夢のある世界であるかということについて報告した。もし $a^b c$ 予想が正しいなら、フェルマー予想や、これを一般化したピール予想なども簡単に証明できてしまうという理由で、 $a^b c$ 予想は多くの数学者から注目されている。おまけとして、数学は夢を追いかける学問であるということに触れた文章を二つ紹介した。

一つは、現在はジャズピアニストとしても活躍中である中島さち子さんの「ゼータの世界を眺めて」、もう一つは東京大学で数論を研究されている齋藤秀司さんの「高校生が教えてくれた

こと」である。齋藤さんの「美しい自然の中にいるとき、美しい音楽を聞くとき、美しい芸術に触れるとき、美しい人の心に出会うとき、人は感動し心が満たされると感じます。私はこの真の感動が呼び起こされる大切な瞬間がもう一つあると思います。それは深遠な真理に触れるときです。∴数学とは我々をこの美しい真理に触れる感動に誘う導き手のひとりではないでしょうか？」（『数学のたのしみ』創刊号・一九九七年）という言葉は、数学教育にたずさわる我々にも深い感動を与える。

⑭ 「旭川商業高校（定時制）での2次関数の指導」

佐々木和夫（旭川西高校）

2次関数のグラフの書き方についての報告である。佐々木さんは、生徒たちからの要望で、プリントを作成し個別指導を重視した。この実践はたいへん丁寧で見通しがよく、数学が苦手な生徒でも学習内容がよく分るように配慮されている。あらかじめ座標の原点を通る放物線グラフ上に5点をとり、それぞれの点を同じだけ平行移動することで新しい放物線グラフが書けることが示されている。今回の報告は、実践過程の現在までの到達点であり、2次関数のグラフの書き方に関するもののみに限られている。このあとの展開で、2次関数を学ぶ意味や、そのグラフを描くことによって広がる認識の世界の豊かさにどうつながっていくか、今後が楽しみである。

⑮ 「組合せの式から考えること」

菊地 剛 (留萌高校)

ある公式の証明問題を数学的帰納法で証明してみても、その式の意味がさっぱりわからないということが多々あると、菊地さんは述べている。このレポートはC・L・リウの『組合せ数学入門』（共立全書）の中から、組合せ論的証明を考える興味深い問題の紹介である。組合せ記号 C_r^n には多くの代数的関係式が存在し、それらの式の組合せ論的証明を考えることで、式を暗記する必要もなくなり、式の意味の理解も深まる。菊地さんが未解決問題を何題か紹介したところ、その場に出席していた関口隆さんが瞬時に解答するというハプニングもあった。その証明法は階乗進法とでも呼べるような数構造によるもので、参加者全員が素晴らしいライブ感覚を楽しむことができた。

〔参考〕

〔1〕内田樹「おせっかい教育論―教育基本条例の時代錯誤について」『橋下主義（ハシズム）を許すな』に収録・ビジネス社（二〇一七）。

〔2〕田口雄一郎「採点にうつら」

<http://www2.math.kyushu-u.ac.jp/~taguchi/>

〔3〕新井紀子『ほんとうにいいの？デジタル教科書』岩波ブックレット（二〇一七）。